Finite element convergence for the Darwin model to Maxwell's equations

P. Ciarlet, Jr.[1] and Jun Zou[2]

Abstract. In three dimensional polyhedral domains with a Lipschitz continuous boundary, we derive the $H(\mathbf{curl};\Omega)$ and $H(\mathbf{curl}, \mathrm{div};\Omega)$ variational formulations for the Darwin model of approximation to Maxwell's equations, and prove the well-posedness of the variational systems. Then Nedelec's and standard finite element methods are used to solve two kinds of variational problems. Though symmetric bilinear forms in the variational systems fail to define full norms equivalent to the standard norms in the finite element subspaces of $H(\mathbf{curl};\Omega)$ and $H(\mathbf{curl}, \mathrm{div};\Omega)$, we can still prove the finite element convergence and obtain the error estimates, without requiring the physical domains to be convex. ©*AFCET Gauthier-Villars.*

Résumé. Dans des domaines polyhédriques tridimensionnels de frontière Lipschitz continue, on calcule les formulations variationnelles dans $H(\mathbf{rot};\Omega)$ et $H(div, \mathbf{rot};\Omega)$ du modèle de Darwin qui est une approximation des équations de Maxwell. On prouve que les problèmes variationnels sont bien posés, puis, une famille régulière de triangulations $(\mathcal{T}^h)_h$ étant donnée, on utilise les éléments finis de type Nédélec et de type standard pour discrétiser ces problèmes. On démontre la convergence des méthodes d'éléments finis et des estimations d'erreur sont obtenues. En particulier, dans le cas où l'on ne peut pas prouver l'équivalence des formes bilinéaires symétriques des problèmes variationnels et des normes usuelles indépendamment de h, on obtient ces résultats en utilisant une méthode légèrement modifiée de résolution des problèmes de point-selle. ©*AFCET Gauthier-Villars.*

[1]CEA/LV, 94195 Villeneuve-St-Georges Cedex, France, ciarlet@limeil.cea.fr

[2]Department of Mathematics, the Chinese University of Hong Kong, Shatin, N.T., Hong Kong, zou@math.cuhk.edu.hk